Sollicitations dans une poutre

P9-12 – Chapitre 2

I. Définition d'une poutre

1. Définition et conditions

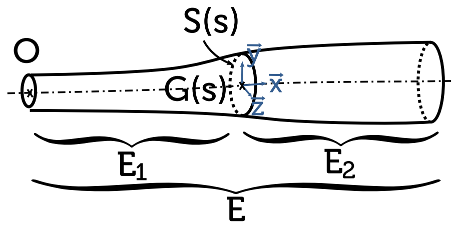
- 1 longueur grande devant les autres
- ligne moyenne droite ou à fort rayon de courbure
- section constante ou progressivement variable

2. Hypothèses du matériau

- Continu
- Homogène
- Isotrope

II. Torseur de cohésion

1. Définition



$$\boxed{\{\mathcal{T}_{coh}\}_{G(s)} = \{\mathcal{T}_{E_2/E_1}\} = -\{\mathcal{T}_{\bar{E}/E_1}\} = \{\mathcal{T}_{\bar{E}/E_2}\}}$$

$$\{\mathcal{T}_{coh}\} = \begin{Bmatrix} N & m_t \\ T_y & m_{f_y} \\ T_z & m_{f_z} \end{Bmatrix}_G \qquad T = \sqrt{T_y^2 + T_z^2}$$

avec $\begin{cases} N : & \text{Effort normal} \\ T : & \text{Effort tranchant} \\ m_t : & \text{Moment de torsion} \\ m_f : & \text{Moment de flexion} \end{cases}$

2. Relations pour une poutre soumise à une force linéique

$$\overrightarrow{f(x)} = \begin{vmatrix} f(x) \\ p(x) \\ q(x) \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \dfrac{dN}{dx} = -f(x) & \dfrac{dm_t}{dx} = 0 \\ \dfrac{dT_y}{dx} = -p(x) & \dfrac{dm_{f_y}}{dx} = T_z(x) \\ \dfrac{dT_z}{dx} = -q(x) & \dfrac{dm_{f_z}}{dx} = -T_y(x) \end{array}}$$

III. Vecteur contrainte

1. Définition

$$\boxed{\vec{C}(M,\vec{n}) = \frac{d\vec{f}}{dS}} = \sigma\,\vec{n} + \tau\,\vec{t}$$

$\vec{C}(M,\vec{n})$ (Pa) : vecteur contrainte en M sur la facette de normale $\vec{n}$

σ : containte normale

τ : containte tangentielle

2. Lien entre vecteur contrainte et torseur de cohésion

$$\{d\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \vec{C}(M,\vec{n}) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} \vec{C}(M,\vec{n})\,\mathrm{d}S \\ \overrightarrow{GM} \wedge \vec{C}(M,\vec{n})\,\mathrm{d}S \end{Bmatrix}_G \qquad \{\mathcal{T}_{coh}\} = \int_S \{\mathrm{d}\mathcal{T}\} = \begin{Bmatrix} \displaystyle\int_S \vec{C}(M,\vec{n})\,\mathrm{d}S \\ \displaystyle\int_S \overrightarrow{GM} \wedge \vec{C}(M,\vec{n})\,\mathrm{d}S \end{Bmatrix}_G$$

3. Propriétés

- $\vec{C}(M,\vec{n}) = -\vec{C}(M,-\vec{n})$
- Les déformations et contraintes de plusieurs AM sont les sommes des déformations et contraintes de chaque AM.

IV. Critère de résistance

- Limite élastique : (σ_e, τ_e)
- Limite à la rupture : (σ_r, τ_r)
- Critère de Rankine : $\sigma_{max} \leq \sigma_e$
- Critère de Guest : $\tau_{max} \leq \tau_e$